

**Examenul de bacalaureat național 2016**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_mate-info***

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 8**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$(\sqrt{2}-3)^2 = 11 - 6\sqrt{2}$	<b>2p</b>
	$(\sqrt{2}+3)^2 = 11 + 6\sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2}-3)^2 + (\sqrt{2}+3)^2 = 11 - 6\sqrt{2} + 11 + 6\sqrt{2} = 22$	<b>3p</b>
<b>2.</b>	$f(-1) = 0$	<b>3p</b>
	$f(-1)f(0)f(1) = 0$	<b>2p</b>
<b>3.</b>	$x^2 - 6x + 6 = 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$	<b>2p</b>
	$x = 1$ sau $x = 5$ , care verifică ecuația dată	<b>3p</b>
<b>4.</b>	Cifra unităților este 8	<b>2p</b>
	Cum cifrele sunt distincte, cifra zecilor poate fi aleasă în 3 moduri și, pentru fiecare alegere a acesteia, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 2 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ astfel de numere	<b>3p</b>
<b>5.</b>	$m_{AB} = 1$ și $m_d = m_{AB} \Rightarrow m_d = 1$	<b>3p</b>
	Ecuția dreptei $d$ este $y = x$	<b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \sin\left(3\pi - \frac{3\pi}{2} - x\right) = \sin\left(3\pi - \left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\right) = \sin\left(\pi - \left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$	<b>3p</b>
	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0$ , pentru orice număr real $x$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$	<b>2p</b>
	$= 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y & y^2 + y \\ 0 & 1 & 2y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & y+x & y^2 + y + 2xy + x^2 + x \\ 0 & 1 & 2y+2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$	<b>3p</b>
	$= \begin{pmatrix} 1 & x+y & (x+y)^2 + (x+y) \\ 0 & 1 & 2(x+y) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(x+y)$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right)A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdots A\left(\frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) = A\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) =$	<b>3p</b>
	$= A\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017}\right) = A\left(\frac{2016}{2017}\right)$	
	$A\left(\frac{2016}{2017}\right) = A\left(\frac{a}{a+1}\right) \Leftrightarrow a = 2016$	<b>2p</b>

<b>2.a)</b>	$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^4 + m \cdot 1^2 + 2 = 0$ $m = -3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 2x_3x_4 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 = 0$ , pentru orice număr real $m$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f = X^4 + 3X^2 + 2 = (X^2 + 1)(X^2 + 2)$ Polinoamele $X^2 + 1$ și $X^2 + 2$ au coeficienți reali, au gradul 2 și nu au rădăcini reale, deci sunt ireductibile în $\mathbb{R}[X]$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x \cdot 2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} =$ $= \frac{x^2+1-x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}, x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$f(0) = 0, f'(0) = 1$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ , adică $y = x$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ , deci $f$ este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ Cum $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1$ , $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1$ și funcția $f$ este continuă, atunci pentru orice $a \in (-1, 1)$ , ecuația $f(x) = a$ are soluție unică	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^2 f(x)e^{-x} dx = \int_0^2 e^x(x-1)e^{-x} dx = \int_0^2 (x-1) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big _0^2 =$ $= \frac{4}{2} - 2 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\mathcal{A} = \int_1^2  f(x)  dx = \int_1^2 (x-1)e^x dx = (x-2)e^x \Big _1^2 =$ $= 0 - (-1)e = e$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_{-n}^1 (f(x) + e^x) dx = \int_{-n}^1 x e^x dx = (x-1)e^x \Big _{-n}^1 = (n+1)e^{-n}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-n}^1 (f(x) + e^x) dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{e^n} = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>