

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x , știind că numerele 7, $3x$ și $x^2 + 2$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$ este tangentă axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-9} = 32^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}\}$, aceasta să aibă cel mult două elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ și $C(1, 4)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul B și este paralelă cu mediana din A a triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $A = \frac{3\pi}{4}$ și $BC = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(10)) = 1024$.
- 5p b) Determinați numerele reale x , știind că $A(x) \cdot A(2x) = A(x^2 + 2)$.
- 5p c) Știind că $A(n) = A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) \cdot \dots \cdot A(2016)$, demonstrați că n este număr natural divizibil cu 2017.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X + a$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(0) = a$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 2016 - 4a$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Demonstrați că polinomul f are cel mult o rădăcină în mulțimea numerelor întregi.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x - x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- 5p c) Demonstrați că $f(2\sqrt{3}) < f(3\sqrt{2})$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$.

5p a) Arătați că $I_1 = \frac{2}{3}$.

5p b) Demonstrați că $I_{n+1} \leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n .

5p c) Demonstrați că $(2n+3)I_{n+1} = 2(n+1)I_n$, pentru orice număr natural nenul n .