Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, ştiind că $a_1=3$ şi raţia $r=2$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+5}=1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulţimilor cu trei elemente ale mulţimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ şi $C(-2,5)$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AM}$, ştiind că M este mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** Calculaţi $\operatorname{ctg} a$, ştiind că $\sin a=\frac{1}{3}$ şi $a\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det(A(3))$.
5p	**b)** Arătaţi că $A(-2015)+A(2015)=2A(0)$.
5p	**c)** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x^2$.
	2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f=X^3+aX$, unde $\mathbb{Z}_5=\{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ şi $a\in\mathbb{Z}_5$.
5p	**a)** Calculaţi $f(\hat{0})$.
5p	**b)** Determinaţi $a\in\mathbb{Z}_5$, ştiind că $f(\hat{3})=\hat{3}$.
5p	**c)** Arătaţi că, dacă $f(\hat{1})=f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3})=f(\hat{4})$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
	2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{1}{x+1}$.
5p	**a)** Calculaţi $\int_0^1\left(f(x)-\frac{1}{x+1}\right)dx$.
5p	**b)** Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx=\frac{4}{3}-\ln 2$.
5p	**c)** Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$, $x=1$, are aria egală cu $\frac{1}{2}+\ln(n^2+n)$.