

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex $(1+i)^2$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x - 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $2^{x+1} \leq 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare una dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, elementele submulțimii alese să fie termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = a\vec{i} - \vec{j}$. Determinați numărul real a pentru care $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$.
- 5p 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB = 4$, $AC = 5$ și $BC = 7$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$
- 5p a) Calculați determinantul matricei sistemului.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) În cazul $m = 2$, determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0 > 0$ și $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$.
2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și mulțimea $G = \{X(p) = I_2 + pA \mid p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\}$.
- 5p a) Arătați că $X(p) \cdot X(q) \in G$, pentru orice $X(p), X(q) \in G$.
- 5p b) Admitem că $(G, \cdot)$ este grup comutativ având elementul neutru $X(0)$. Determinați inversul elementului $X(p)$ în acest grup.
- 5p c) Rezolvați ecuația $(X(p))^3 = I_2 + 7A$, unde $X(p) \in G$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 12x$.
- 5p a) Arătați că funcția este crescătoare pe intervalul $[2, +\infty)$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)}$.
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care ecuația $f(x) = a$ are trei soluții reale distincte.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că orice primitivă a lui f este strict crescătoare pe $(-1, +\infty)$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\int_0^{2x} f(t) dt}$.