

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1+i)^2 = 2i$ $ 2i = 2$	3p 2p
2.	$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$ $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -1$ $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 0$	1p 2p 2p
3.	$2^{x+1} \leq 2^2$ $x+1 \leq 2$ $S = (-\infty, 1]$	1p 2p 2p
4.	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ Submulțimile cu 3 termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice sunt: $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4, 5\}$ și $\{1, 3, 5\} \Rightarrow 4$ cazuri favorabile Numărul submulțimilor cu 3 elemente este $C_5^3 = 10 \Rightarrow 10$ cazuri posibile $p = \frac{2}{5}$	1p 2p 1p 1p
5.	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \Leftrightarrow a + 2 = 3$ $a = 1$	4p 1p
6.	$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$ $\cos A = -\frac{1}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$ $\det A = 3m - 6$	2p 3p
b)	Sistemul are o soluție unică dacă și numai dacă $\det A \neq 0$ Finalizare: $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	2p 3p

c)	$\det A = 0$ și $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$, deci matricea sistemului are rangul doi	1p
	$z = \alpha \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = -3\alpha \\ x + 2y = -3\alpha \end{cases} \Rightarrow x = -\alpha, y = -\alpha$	2p
	$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3 \Rightarrow (-\alpha)^2 + (-\alpha)^2 + \alpha^2 = 3 \Rightarrow \alpha \in \{-1, 1\}$	1p
	Soluția este $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, -1)$	1p
2.a)	$X(p) \cdot X(q) = X(p + q + pq)$ $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow (p+1)(q+1) \neq 0 \Rightarrow p + q + pq \neq -1$, deci $X(p + q + pq) \in G$	3p 2p
b)	Pentru orice $X(p) \in G$, există $X\left(-\frac{p}{1+p}\right)$ astfel încât $X(p) \cdot X\left(-\frac{p}{1+p}\right) = X(0)$	3p
	$-\frac{p}{1+p} \neq -1 \Rightarrow X\left(-\frac{p}{1+p}\right) \in G$ și $X\left(-\frac{p}{1+p}\right)$ este inversul lui $X(p)$	2p
c)	$(X(p))^3 = X(7)$	1p
	$(X(p))^3 = X((p+1)^3 - 1)$	3p
	$(p+1)^3 = 8$, deci $p = 1$ și soluția este $X(1)$	1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 12$	3p
	$f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [2, +\infty)$, deci f este crescătoare pe $[2, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	2p
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3x^2 - 12} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{6x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{6} = +\infty$	3p
c)	Șirul lui Rolle pentru funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - a$ este $-\infty, 16 - a, -16 - a, +\infty$	3p
	Ecuția are trei soluții reale distincte dacă și numai dacă $a \in (-16, 16)$	2p
2.a)	$F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$	2p
	$f(x) > 0$ pentru orice $x \in (-1, +\infty)$	1p
	F este strict crescătoare	2p
b)	$\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} dx = \int_0^1 \frac{dx}{x+1} + \int_0^1 \frac{dx}{x+2} =$	3p
	$= \ln(x+1) \Big _0^1 + \ln(x+2) \Big _0^1 = \ln 3$	2p
c)	$\int_x^{2x} f(t) dt = (2t - \ln(t+2)) \Big _x^{2x} = 2x - \ln \frac{2x+2}{x+2}$, pentru $x > 0$	3p
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \ln \frac{2x+2}{x+2}}{x} = 2$	2p